

Dipl.Inf. Malte Isberner – Dr. Oliver Rütthing – Dipl.Inf. Melanie Schmidt – Dr. Hubert Wagner

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Informatiker 1
Wintersemester 2013/14
Übungsblatt 7

Für die Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker I“ Briefkästen im Raum E06 der Otto-Hahn-Straße 20 zur Verfügung.

Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch die Gruppennummer gekennzeichnet. Sie sind ferner mit dem Namen der Veranstaltung sowie Zeit und Ort der Übung kenntlich gemacht.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur unten aufgeführten Abgabefrist ein!

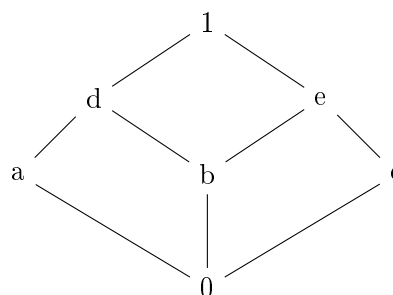
Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Abgabefrist: 06.12.2013, 14:00 Uhr

Aufgabe 7.1 *Komplementäre Elemente und Unterverband*

(Präsenzaufgabe)

1. Gegeben sei der durch das folgende Hasse-Diagramm festgelegte Verband:



- a) Ist dieser Verband distributiv? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Bestimmen Sie alle Elemente des Verbandes, zu denen ein komplementäres Element existiert.

Bilden diese Elemente einen Unterverband von V ? Hierbei ist ein Unterverband S von V eine Teilmenge $S \subseteq V$, für die die folgende Abschlusseigenschaft gilt:

$$\text{für alle } x, y \in S. x \wedge y \in S \text{ und } x \vee y \in S.$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Zeigen Sie:

In einem distributiven Verband bildet die Menge der Elemente, zu denen es ein komplementäres Element gibt, einen Unterverband.

Aufgabe 7.2 *Distributiver Verband*

(7 Punkte)

Zeigen Sie:

1. In einem beliebigen Verband (V, \wedge, \vee) , der nicht distributiv sein muss, gilt für alle $x, y, z \in V$:

$$x \wedge (y \vee z) \succeq (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

$$x \vee (y \wedge z) \preceq (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

2. Sei (V, \wedge, \vee) ein distributiver Verband. Seien ferner $x, y, z \in V$.

Gilt $x \wedge y = x \wedge z$ und $x \vee y = x \vee z$, dann folgt $y = z$.

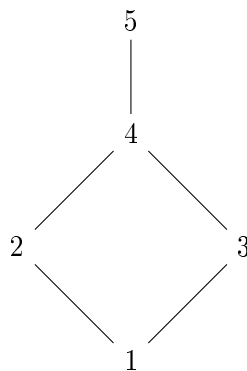
3. Folgern Sie:

In einem distributiven Verband kann es zu einem Element $x \in V$ höchstens 1 komplementäres Element \bar{x} geben.

Aufgabe 7.3 *Verbandshomomorphismen*

(3 Punkte)

Betrachten Sie den durch das folgende Hasse-Diagramm festgelegten Verband (V, \preceq) .



Sei weiter $h : V \rightarrow V$ gegeben durch $h(v) =_{df} \begin{cases} 5 & \text{falls } v = 4 \\ v & \text{sonst.} \end{cases}$

1. Ist h ein \vee -Homomorphismus?

2. Ist h ein \wedge -Homomorphismus?

3. Ist h ein Ordnungshomomorphismus?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 7.4 *Boolescher Verband*

(Präsenzaufgabe)

Sei (B, \wedge, \vee) ein Boolescher Verband. Seien ferner a, b Elemente in B mit $a \prec b$. Zeigen Sie:

$$(\{x \in B \mid a \preceq x \preceq b\}, \wedge, \vee)$$

ist ebenfalls ein Boolescher Verband.