lehrstuhl für programmiersysteme

Prof. Dr. Bernhard Steffen

technische universität dortmund

Dipl.Inf. Malte Isberner – Dr. Oliver Rüthing – Dipl.Inf. Melanie Schmidt – Dr. Hubert Wagner

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

Übungsblatt 2

Für die Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker I“ Briefkästen im Raum E06 der Otto-Hahn-Straße 20 zur Verfügung.
Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch die Gruppennummer gekennzeichnet. Sie sind ferner mit dem Namen der Veranstaltung sowie Zeit und Ort der Übung kenntlich gemacht.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur unten aufgeführten Abgabefrist ein!

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Abgabefrist: 01.11.2013, 14:00 Uhr

Aufgabe 2.1 *Prädikatenlogik* (Präsenzaufgabe)

1. Definieren Sie ein Prädikat $kgV(n, m, x)$ auf natürlichen Zahlen, welches genau dann erfüllt ist, wenn x das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen n und m ist.

2. Wie in der Vorlesung vorgestellt, besagt die *Goldbachsche Vermutung*, dass jede gerade natürliche Zahl, die größer als 2 ist, sich als Summe zweier Primzahlen schreiben lässt. Drücken Sie die Goldbachsche Vermutung als Formel der Prädikatenlogik aus.

3. Negieren Sie folgende Prädikatenlogische Formel so, dass das Resultat kein Negationssymbol mehr enthält.
$$\exists\, \epsilon \in \mathbb{R}.\ \epsilon > 0\ \wedge\ \forall\, n_0 \in \mathbb{N}.\ \exists\, n \in \mathbb{N}.\ n \geq n_0 \wedge \frac{1}{n} \geq \epsilon$$

Aufgabe 2.2 *Relationen* (3+2 Punkte)

1. Sei $M =_{df} \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Auf M seien folgende Relationen definiert ($i, j \in M$ beliebig):
   - $i\,R\,j \;\Leftrightarrow_{df}\; i \mid j,\, i \neq 1,\, i \neq j$
   - $i\,S\,j \;\Leftrightarrow_{df}\; i + 3 \leq j$
   - $i\,T\,j \;\Leftrightarrow_{df}\; i + j$ ist Primzahl.

   Bestimmen Sie $(R^{-1} \odot S) \odot T$.

2. Beweisen oder widerlegen Sie:

   Für eine beliebige binäre Relation $R \subseteq A \times B$ gilt $R \odot R^{-1} = Id_A$.

Aufgabe 2.3 *Bild einer Funktion* (3+2 Punkte)

Sei $f : A \to B$ eine Abbildung von A nach B. Für eine Teilmenge U von A sei definiert $f(U) =_{df} \{f(a) \mid a \in U\}$.

1. Zeigen Sie:

   Für beliebige Teilmengen X und Y von A gilt

   $$f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y).$$

2. Es sei $A = B = \mathbb{N}$. Finden Sie ein Beispiel, in dem $f(X \cap Y) \neq f(X) \cap f(Y)$ gilt.

Aufgabe 2.4 *Bijektive Funktionen* (Präsenzaufgabe)

Seien $f : A \to B$ und $g : B \to A$ Funktionen mit $g \circ f = id_A$ und $f \circ g = id_B$. Zeigen Sie, dass dann f und g bijektiv sind und weiter gilt: $f^{-1} = g$ und $g^{-1} = f$.